

Handout 4 – 총정리 문제풀이
Fall 2022, Differential Geometry II

1. [2013-34] 좌표공간에 원환면(torus)

$$T = \{(x, y, z) | (\sqrt{x^2 + y^2} - 2)^2 + z^2 = 1\}$$

과 평면

$$P = \{(x, y, z) | y + z = 0\}$$

이 있다. 원환면 T 와 평면 P 의 교집합에 놓여 있는 단위속력 곡선 $\alpha : (-1, 1) \rightarrow T \cap P$ 가 $\alpha(0) = (1, 0, 0)$ 을 만족시킬 때, 점 $(1, 0, 0)$ 에서 곡선 α 의 원환면 T 에 대한 법곡률(normal curvature)의 절댓값은? [2점]

- (1) 0 (2) $\frac{1}{3}$ (3) $\frac{2}{3}$ (4) 1 (5) $\frac{4}{3}$

2. xy 평면상의 곡선 $C = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | y = 4 - x^2, z = 0\}$ 를 직선

$$L = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | y = \frac{x}{2} + 1, z = 0\}$$

을 대칭축으로 회전한 회전면을 M 이라 하자. 이때 점 $p = (0, 4, 0)$ 를 L 을 회전축으로 회전하여 만든 원의 곡률(curvature) κ 와 p 에서 이 원의 접방향으로의 측지곡률(geodesic curvature)의 절댓값 $|\kappa_g|$ 을 구하시오. [2점]

3. [2019임대성6회B5] 3차원 유클리드 공간 \mathbb{R}^3 에 있는 곡선 γ 를 두 곡면

$$S_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x^2 - y^2 = 1\},$$

$$S_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | z = xy\}$$

의 교선이라 하자. 이때 γ 위의 점 $q = (1, 0, 0)$ 에서의 S_1 의 접평면의 방정식을 구하시오. 또한 곡면 S_1, S_2 위에 놓인 곡선으로서 γ 의 점 q 에서의 법곡률을 각각 κ_1, κ_2 라 할 때, $\kappa_1 \kappa_2$ 의 절댓값을 풀이 과정과 함께 쓰시오. [4점]

4. [2019윤양동3회B5] 원환면 (torus) $(\sqrt{x^2 + y^2} - 3)^2 + z^2 = 4$ 위의 점 (x, y, z) 중에서 $x^2 + y^2 \leq 4$ 을 만족하는 점 (x, y, z) 들로 이루어진 곡면을 M 이라 할 때, 가우스곡률 K 의 전곡률 $\iint_M K dS$ 의 값을 풀이 과정과 함께 쓰시오. [4점]