Homework 6 – 임용고시 기출문제
Spring 2020, Differential Geometry I

[2017-A8] 3차원 유클리드 공간 $\mathbb{R}^3$의 한 평면에 있고 곡률(curvature)이 양인 단위속력곡선(unit speed curve) $\gamma : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3$에 대하여, 점 $\gamma(s)$에서의 접선벡터 (tangent vector)를 $\vec{\mathbf{T}}(s)$, 주법선벡터를 $\vec{\mathbf{N}}(s)$라 하자. 곡선 $\beta : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3$을 $\beta(s) = \frac{1}{2}\vec{\mathbf{T}}(s) + \vec{\mathbf{N}}(s)$로 정의할 때, 모든 양수 t에 대하여 $s = 0$에서 $s = t$까지 곡선 β의 길이는 $3t$이다. $s = 1$일 때, 곡선 γ의 곡률을 구하시오. [2점]

[2020정현민6월-A3] 유클리드 공간 $\mathbb{R}^3$위의 단위속력 평면곡선 $\gamma : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3$에 대하여 $\alpha : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3$을 $\alpha(s) = \gamma(s) + \gamma'(s)$라 하자. γ의 곡률(curvature) κ_γ는 $s = 1$일 때 최댓값을 가진다고 한다. α의 곡률 $\kappa_\alpha(1) = \frac{1}{\sqrt{3}}$일 때, $\kappa_\gamma(1)$의 값을 구하시오. [2점]

[2014-A11] 3차원 유클리드 공간 $\mathbb{R}^3$에서 비틀림률(열률, 꼬임률, torsion)과 곡률(curvature)이 각각 상수 1 , τ 인 단위속력 곡선 α 에 대하여, 곡선 β 를 다음과 같이 정의하자.

$$\beta(s) = \int_0^s N(t)dt$$

여기서 $N(t)$는 곡선 α 의 주법벡터장(단위주법벡터장, principal normal vector field, unit principal normal vector field)이다. 곡선 β 의 곡률과 비틀림률을 각각 $\kappa_\beta(> 0)$, τ_β라 할 때, $\kappa_\beta + \tau_\beta$의 값을 구하시오. [2점]