

**Homework 8 – 임용고시 및 모의고사 기출문제**  
**Spring 2020, Differential Geometry I**

[2018-A6변형] 단위 속력 곡선  $\alpha : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$ 의 속도벡터장과 단위 종범 벡터장(unit binormal vector field)을 각각  $T, B$ 라 하자. 곡선  $\alpha$ 의 곡률과 열률이 각각 1이다. 이때 곡선

$$\beta(s) = \int_0^s (\cos t)T(t) + (\sin t)B(t)dt$$

의  $s = \frac{\pi}{2}$ 에서의 곡률을 구하시오. [2점]

[2013-33] 좌표공간에서 두 단위속력곡선

$$\alpha(t) = \left( 3 \cos \frac{t}{5}, 3 \sin \frac{t}{5}, \frac{4}{5}t \right)$$

$$\beta(t) = \left( 3 \cos \frac{t}{5}, 3 \sin \frac{t}{5}, -\frac{4}{5}t \right)$$

에 대하여 옳은것만을 < 보기 >에서 있는 대로 고른 것은? [2점]

< 보기 >

ㄱ. 곡선  $\alpha$ 의 곡률(curvature)  $\kappa_\alpha$ 와 곡선  $\beta$ 의 곡률  $\kappa_\beta$ 에 대하여  $\kappa_\alpha = \kappa_\beta$ 이다.

ㄴ. 곡선  $\alpha$ 의 열률(꼬임률, 비틀림률, torsion)  $\tau_\alpha$ 와 곡선  $\beta$ 의 열률  $\tau_\beta$ 에 대하여  $\tau_\alpha = -\tau_\beta$ 이다.

ㄷ.  $\beta(t) = L(\alpha(t))$ 이고  $L$ 을 나타내는 행렬의 행렬식이 1인 직교변환(orthogonal transformation)  $L$ 이 존재한다.

- (1) ㄱ      (2) ㄷ      (3) ㄱ, ㄴ      (4) ㄴ, ㄷ      (5) ㄱ, ㄴ, ㄷ

[2018임대성9회A6] 유클리드 공간  $\mathbb{R}^3$ 에 곡면  $S_1, S_2$ 가

$$S_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 - z^2 = 1\}$$

$$S_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid z = x + 1\}$$

로 주어져 있다. 곡선  $S_1 \cap S_2$ 의  $(1, 2, 2)$ 에서의 곡률을 구하시오. [2점]

[2019윤양동2회A6]  $\mathbb{R}^3$ 에서 단위속력곡선  $\alpha(t)$ 의 곡률(curvature)은 1이고 열률(torsion)은  $-1$ 일 때, 곡선

$$\beta(t) = \alpha(t) - t\alpha'(t)$$

이라 하자.  $\beta(2)$ 에서 곡선  $\beta(t)$ 의 곡률  $\kappa$ 를 구하시오. [2점]

[2018김현웅10회A7] 실수상수  $a$ 에 의해 나타나는 정칙곡선  $\alpha$ 가

$$\alpha(t) = (1 - t, at^3 + t^2, 2t^2)(-\infty < t < \infty)$$

이다.  $\alpha$ 가 하나의 평면에 포함되기 위한 상수  $a$ 와 점  $\alpha(0)$ 에서의 곡률(curvature)과 열률(torsion)의 합  $\kappa + \tau$ 를 구하시오. [2점]