Homework 9 – 임용고시 및 모의고사 기출문제
Spring 2020, Differential Geometry I

[2019김철홍5회B4] 단위속력곡선 $\alpha(s)$의 모든 점에서

$$T(s)\cdot(1,2,2)=\frac{3}{2}$$

를 만족한다. $\alpha(s)$의 점에서

$$B(s)\cdot(1,2,2)$$

의 값을 구하시오. [4점]

[2019임대성10회A3] 유클리드 공간 $\mathbb{R}^3$의 정칙곡선 α, β 가

$$\alpha(t)=\left(2t,t^2,\frac{1}{3}t^3\right),\quad \beta(t)=\left(at+\frac{b}{6}t^3+1,at^2+2,bt+\frac{t^3}{6}+3\right)$$

로 주어져 있다. 적당한 등장사상(isometry) $F:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^3$가 존재하여 임의의 $t\in\mathbb{R}$에 대하여 $\beta(t)=F(\alpha(t))$을 만족한다고 할 때, 상수 a,b에 대하여 $a+b$의 값을 구하시오.(단, $a<0,b<0$이다.)[2점]

[2019윤양동3회A6] 3차원 공간 $\mathbb{R}^3$에서 단위속력곡선 $\alpha(t)$의 곡률(curvature) κ은 양의 상수이고, 점$\alpha(1)$에서 단위접벡터 $T(1)=(0,0,1)$, 단위주법벡터 $N(1)=(0,1,0)$일 때, 곡선 $\alpha(t)$를 일차변환

$$A=\begin{pmatrix}2&1&1\\0&1&1\\0&0&1\end{pmatrix},\qquad A:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^3$$

로 변환한 곡선을 $\beta(t)=A\alpha(t)$이라 놓자. 점 $\alpha(1)$에서 곡선 $\alpha(t)$의 열률(torsion)을 τ_1, 점 $\beta(1)$에서 곡선 $\beta(t)$의 열률(torsion)을 τ_2라 할 때, $\frac{\tau_2}{\tau_1}$의 값을 구하시오. (단, $\tau_1\neq 0$) [2점]

[2019윤양동7회A6] 원주나선 (circular helix) $c(t)$의 프레네 틀(Frenet frame)을 $T(t)$, $N(t)$, $B(t)$라 하자. 곡선 $\alpha(t)=T(t)$의 곡률(curvature)이 $\frac{5}{3}$일 때, 곡선 $\beta(t)=B(t)$의 곡률(curvature)의 값을 구하시오. [2점]

[2019윤양동7회A6] 공간 $\mathbb{R}^3$위의 곡선 $c(t) = (t, t^2, t^3)$와 곡선위의 각 점 $c(t)$에서 $f(t) = t^4$으로 정의한 함수 f가 있다. $c(0)$에서 점 $c(t)$까지 곡선 $c(t)$의 길이를 s라 정의할 때, 곡선위의 점 $p = (1,1,1)$에서 2계미분계수 $\frac{d^2 f}{ds^2}(p)$의 값을 구하시오. [2점]

[2019임대성1회A6] 3차원 유클리드 공간 $\mathbb{R}^3$에서 곡선 C를 두 곡면

$$S_1 = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 | x^2 + y^2 + z^2 = 1\},$$
$$S_2 = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 | x^2 + y^2 = x\}$$

의 교선이라 하자. 점 $p = (0,0,1)$에서 곡선 C의 곡률(curvature)과 열률(torsion)을 각각 κ, τ라 할 때, $\kappa + \tau$의 값을 구하시오. [2점]