

Homework 5 – 임용고시 기출문제
Spring 2021, Differential Geometry I

[2020-A3] 3차원 유클리드 공간 \mathbb{R}^3 에서 곡선

$$\gamma(t) = (2t - \cos t, t + \sin t, 2t + 1) \quad (0 < t < 2\pi)$$

위의 점 $\gamma(t_0)$ 에서의 접벡터(tangent vector)가 벡터 $(6, 2, 4)$ 와 평행하다. t_0 의 값과 $t = t_0$ 일 때 곡선 γ 의 비틀림률(열률, 꼬임률, torsion)을 각각 구하시오. [2점]

[2016-A6] 3차원 유클리드 공간 \mathbb{R}^3 에서 단위속력곡선 (unit speed curve) $\gamma : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$ 의 점 $\gamma(s)$ 에서의 곡률 (curvature) $\kappa(s)$ 는 $\sqrt{s^4 + 4s^2 + 3}$ 이다. 곡선 $\alpha : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$ 을 $\alpha(t) = \gamma(t) + \gamma'(t)$ 로 정의할 때, $t = 0$ 에서 $t = 1$ 까지 곡선 α 의 길이를 구하시오. [2점]

[2019-A6] 3차원 유클리드 공간 \mathbb{R}^3 에서 곡선 C 가

$$C = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid y = x^3 - ax + a, z = x - 1\}$$

일 때, 이 곡선의 비틀림률(열률, 꼬임률, torsion) τ 를 구하시오. 또한 점 $(1, 1, 0)$ 에서 곡선 C 의 곡률 (curvature)이 3이 되도록 하는 a 의 값을 구하시오. (단, a 는 상수이다.) [2점]

[2018-A6] 3차원 유클리드 공간 \mathbb{R}^3 에서 $\alpha(2) = (0, 0, 0)$ 인 단위속력곡선 (unit speed curve) $\alpha : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$ 에 대하여 곡선 $\beta : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$ 을

$$\beta(t) = \int_2^t (\alpha(s) + s^2 N(s)) ds$$

라 하자. 두 벡터 $\alpha'(2), \beta''(2)$ 가 서로 수직일 때, $t = 2$ 에서 α 의 곡률(curvature) κ 의 값을 구하시오. (단, $N(s)$ 는 곡선 α 의 주법벡터장(principal normal vector field)이다.) [2점]