

**Homework 6 – 임용고시 기출문제**  
**Spring 2021, Differential Geometry I**

[2017-A8] 3차원 유클리드 공간  $\mathbb{R}^3$ 의 한 평면에 있고 곡률(curvature)이 양인 단위속력곡선(unit speed curve)  $\gamma : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$ 에 대하여, 점  $\gamma(s)$ 에서의 접선벡터 (tangent vector)를  $\vec{T}(s)$ , 주법선벡터를  $\vec{N}(s)$ 라 하자. 곡선  $\beta : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$ 을  $\beta(s) = \frac{1}{2}\vec{T}(s) + \vec{N}(s)$ 로 정의할 때, 모든 양수  $t$ 에 대하여  $s = 0$ 에서  $s = t$  까지 곡선  $\beta$ 의 길이는  $3t$ 이다.  $s = 1$ 일 때, 곡선  $\gamma$ 의 곡률을 구하시오. [2점]

[2020정현민6월-A3] 유클리드 공간  $\mathbb{R}^3$ 위의 단위속력 평면곡선  $\gamma : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$ 에 대하여  $\alpha : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$ 을  $\alpha(s) = \gamma(s) + \gamma'(s)$ 라 하자.  $\gamma$ 의 곡률(curvature)  $\kappa_\gamma$ 는  $s = 1$ 일 때 최댓값을 가진다고 한다.  $\alpha$ 의 곡률  $\kappa_\alpha(1) = \frac{1}{\sqrt{3}}$ 일 때,  $\kappa_\gamma(1)$ 의 값을 구하시오. [2점]

[2014-A11] 3차원 유클리드 공간  $\mathbb{R}^3$ 에서 비틀림률(열률, 꼬임률, torsion)과 곡률(curvature)이 각각 상수  $1, \tau$  인 단위속력 곡선  $\alpha$  에 대하여, 곡선  $\beta$  를 다음과 같이 정의하자.

$$\beta(s) = \int_0^s N(t)dt$$

여기서  $N(t)$ 는 곡선  $\alpha$  의 주법벡터장(단위주법벡터장, principal normal vector field, unit principal normal vector field)이다. 곡선  $\beta$  의 곡률과 비틀림률을 각각  $\kappa_\beta (> 0)$ ,  $\tau_\beta$ 라 할 때,  $\kappa_\beta + \tau_\beta$ 의 값을 구하시오. [2점]