

Homework 9 – 임용고시 및 모의고사 기출문제
Spring 2021, Differential Geometry I

[2019김철홍5회B4] 단위속력곡선 $\alpha(s)$ 의 모든 점에서

$$T(s) \cdot (1, 2, 2) = \frac{3}{2}$$

를 만족한다. $\alpha(s)$ 의 점에서

$$B(s) \cdot (1, 2, 2)$$

의 값을 구하시오. [4점]

[2019임대성10회A3] 유클리드 공간 \mathbb{R}^3 의 정칙곡선 α, β 가

$$\alpha(t) = \left(2t, t^2, \frac{1}{3}t^3 \right), \quad \beta(t) = \left(at + \frac{b}{6}t^3 + 1, at^2 + 2, bt + \frac{t^3}{6} + 3 \right)$$

로 주어져 있다. 적당한 등장사상(isometry) $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ 가 존재하여 임의의 $t \in \mathbb{R}$ 에 대하여 $\beta(t) = F(\alpha(t))$ 을 만족한다고 할 때, 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값을 구하시오.(단, $a < 0, b < 0$ 이다.)[2점]

[2019윤양동3회A6] 3차원 공간 \mathbb{R}^3 에서 단위속력곡선 $\alpha(t)$ 의 곡률(curvature) κ 은 양의 상수이고, 점 $\alpha(1)$ 에서 단위접벡터 $T(1) = (0, 0, 1)$, 단위주법벡터 $N(1) = (0, 1, 0)$ 일 때, 곡선 $\alpha(t)$ 를 일차변환

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad A : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$$

로 변환한 곡선을 $\beta(t) = A\alpha(t)$ 이라 놓자. 점 $\alpha(1)$ 에서 곡선 $\alpha(t)$ 의 열률(torsion)을 τ_1 , 점 $\beta(1)$ 에서 곡선 $\beta(t)$ 의 열률(torsion)을 τ_2 라 할 때, $\frac{\tau_2}{\tau_1}$ 의 값을 구하시오. (단, $\tau_1 \neq 0$) [2점]

[2019윤양동7회A6] 원주나선 (circular helix) $c(t)$ 의 프레네 틀(Frenet frame)을 $T(t), N(t), B(t)$ 라 하자. 곡선 $\alpha(t) = T(t)$ 의 곡률(curvature)이 $\frac{5}{3}$ 일 때, 곡선 $\beta(t) = B(t)$ 의 곡률(curvature)의 값을 구하시오. [2점]

[2019윤양동7회A6] 공간 \mathbb{R}^3 위의 곡선 $c(t) = (t, t^2, t^3)$ 와 곡선위의 각 점 $c(t)$ 에서 $f(t) = t^4$ 으로 정의한 함수 f 가 있다. $c(0)$ 에서 점 $c(t)$ 까지 곡선 $c(t)$ 의 길이를 s 라 정의할 때, 곡선위의 점 $p = (1, 1, 1)$ 에서 2계미분계수 $\frac{d^2f}{ds^2}(p)$ 의 값을 구하시오. [2점]

[2019임대성1회A6] 3차원 유클리드 공간 \mathbb{R}^3 에서 곡선 C 를 두 곡면

$$S_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 = 1\},$$

$$S_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 = x\}$$

의 교선이라 하자. 점 $p = (0, 0, 1)$ 에서 곡선 C 의 곡률(curvature)과 열률(torsion)을 각각 κ, τ 라 할 때, $\kappa + \tau$ 의 값을 구하시오. [2점]